

Gianni Rigamonti
Oggi e il suo senso

Se è vero che dopo il crollo del comunismo non sembra esserci un'ideologia capace di imporsi come la teoria corretta della società, della sua natura, dei suoi bisogni e dei suoi fini, in un altro ambito, non collegato a risvolti pratici immediati ma comunque importante, qualcosa che può essere visto come il senso basilare del nostro tempo c'è: ed è articolato in due punti, distinti ma strettamente concatenati. Il primo punto è che (come solo nel XX secolo si è capito) la cosiddetta unità organica, cioè quel fenomeno per cui un tutto non è la semplice somma delle sue parti ma reagisce su esse, modificandole, non riguarda solo le scienze umane e la biologia ma anche la fisica e la matematica; il secondo (che dipende causalmente dal primo) è che non è possibile dimostrare che in matematica non ci sono contraddizioni, e questo ha grossissime ricadute metafisiche e morali. La principale è che ogni visione integralmente deterministica del mondo è diventata insostenibile.

Introduzione

I

È da quand'ero ragazzo, cioè da anni davvero lontani, che – sia pure con un importante contrappeso del quale dirò fra un momento - sento ripetere che il nostro tempo non avrebbe idee e valori centrali, fondanti; che sarebbe, per citare Montale, il tempo di “ciò che *non* siamo, ciò che *non* vogliamo”, senza né una destinazione saputa né un fondamento né tanto meno un significato: un tempo in cui moltissime idee s'incrociano e scontrano ma nessuna riesce a diventare quella che dà un senso al tutto. Ci sarebbero stati, dei tempi e delle società in cui un'idea così c'era: gli ebrei all'epoca di Mosé, i puritani, gli stessi bolscevichi... E anche al di là del campo dei valori in senso stretto, a lungo non sarebbero mancate prima del XX secolo né le grandi idee né le grandi scuole di pensiero, quelle che meritano il titolo di “spirito dell'epoca”; però sarebbe ormai, anno più anno meno, un secolo e mezzo che (qui estremizzo un po', ma andando avanti correggerò il tiro) niente di simile esiste più, e assistiamo solo a un cozzo senza vincitori né vinti di (deboli) idee rivali - non dico sul piano politico e militare, lì i vincitori e i vinti continuano a esserci e continueranno, verosimilmente, finché l'*homo sapiens* abiterà il pianeta Terra, ma insomma un *significato centrale* del nostro tempo non esisterebbe.

Adesso però il contrappeso. Questi discorsi giravano già negli anni cinquanta del secolo scorso e addirittura, se andiamo a leggere i testi dell'epoca, verso la fine dell'Ottocento; però intanto era nato e nel 1917 aveva ottenuto un grandioso successo il comunismo, e a quel punto buona parte del genere umano ce l'aveva qualcosa in cui credere, anche se contemporaneamente si continuava a fare un gran parlare, in tutti i campi – musica, arti figurative, letteratura, filosofia, fisica – di fine delle vecchie certezze, dei vecchi valori, dei vecchi linguaggi. Intanto però l'utopia comunista era ben viva, e di conseguenza per un bel pezzo di genere umano la storia e il mondo lo possedevano, un senso.

Poi quell'utopia è finita malamente, o per collasso economico prima che politico come nella defunta Unione Sovietica, o per trasformazione del “socialismo” (che poi non era tale; ne parlerò fra un momento) in capitalismo senza democrazia come in Cina – a parte le eccezioni di Cuba, Corea del Nord (dove però, sia pure per ragioni diverse, non sembra che le cose vadano gran che bene) e Vietnam (dove sembra invece che vadano un po' meglio); qui però devo aprire una parentesi. Fin dagli anni '60 (anzi anche prima, ma preferisco parlare solo dei tempi ai quali mi arriva la memoria) c'erano in Occidente dei comunisti, minoritari, per i quali l'Unione Sovietica non era affatto un paese socialista. Ricordo bene che intorno al '67 proprio questo ci dicevamo, in un gruppuscolo al di là dal PCI: “In Unione Sovietica i lavoratori non hanno il controllo dei mezzi di produzione, dunque quello non è socialismo”; e avevamo ragione - come l'aveva Pietro Ingrao quando, molto più tardi (1991), dichiarò che il regime che era appena crollato in (anzi ormai nella ex) Unione Sovietica non era affatto socialista e dunque quel crollo non riguardava il socialismo, che restava un ideale pienamente valido. Ma se in linea di principio Ingrao diceva giusto e quindi - sempre in linea di principio - il movimento operaio italiano, nella sua ala radicale, non avrebbe avuto una ragione al mondo di sparire in quanto forza politica – di fatto proprio questo accadde. C'era evidentemente in tutta la sinistra, ortodossa come eterodossa, una robusta dose di falsa coscienza; e su questo, che io sappia, nessuno ha mai cercato seriamente di riflettere.

II

Ma il marxismo non era solo un programma politico: era una visione del mondo capace di interpretare, classificare, giudicare *tutto*, e a tutto dare un significato. In un certo senso, magari, *troppo* capace, perché giravano richieste (balorde: ma chi li ascoltava, quei pochi che le dicevano tali?) di una poesia, una musica, un'arte figurativa, una fisica marxiste; tuttavia le esagerazioni non cancellavano il fatto che per moltissimi ci fossero comunque (e si pensava che avrebbero avuto, a lungo andare, la forza di imporsi) delle idee e dei valori centrali.

E poi è arrivato il 1989-91, idee largamente egemoni hanno fatto bancarotta (come in teoria non avrebbero dovuto, si rivada a quello che ho scritto poche righe più su – ma intanto l'hanno fatta) e si è cominciato a parlare di collasso delle ideologie; dove il plurale è davvero curioso perché *una* ideologia, quella marxista, è sprofondata in una crisi probabilmente irreversibile in quanto progetto politico,¹ ma intanto un'altra, quella liberaldemocratica, sul piano teorico stava molto meglio e produceva almeno un pensatore di primissimo ordine, John Rawls. Ma nonostante Rawls il pensiero liberaldemocratico si è frantumato in una pluralità di varianti, fra loro in conflitto, nessuna delle quali è egemone – e nessuna, soprattutto, mostra la minima attitudine a trasformarsi in progetto politico capace di conquistare le masse; e dunque è, dappertutto, o crollo verticale o sterilità, e un pensiero che abbia la forza di imporsi come interprete autentico del senso della storia non c'è. Se qualcuno ci provasse, oggi, a dire cose come “Il significato della storia è una cosa così e così” rischierebbe di essere preso (giustamente) a pernacchie.²

III

Questo per quanto riguarda la sfera etico-politica, dove *forse* la salvezza potrà venire da un rafforzarsi ed estendersi dei movimenti ecologisti; ma è un “forse”, consegnato per il momento a un futuro solo possibile. A un altro livello però – e sarà questo il mio punto centrale - non è affatto vero che la nostra sia un'epoca vuota di significati fondamentali, che sul piano ideale sia solo confusione e lotta cieca senza vincitori né vinti fra impotenze rivali, e gira ormai da tempo una novità di base, una conquista intellettuale centrale, sia pure molto astratta e priva, oggi come oggi, di risvolti pratici visibili (ma mai dire mai) che rappresenta comunque, pure così, un progresso *teoretico* colossale rispetto al passato. Questo non potrà consolare i posteri, se al loro tempo il genere umano, anche per colpa degli antenati cioè nostra, sarà andato in malora; ma resta comunque un'importante acquisizione di verità.

Ho detto *una* conquista teoretica centrale; e a livello fondamentale ciò di cui vado a parlare un suo nucleo centrale, magari non tanto facile da descrivere e comunque non caratterizzabile brevemente, ce l'ha: il superamento di un'ontologia, risalente come minimo ad Aristotele, per la quale un tutto è semplicemente una giustapposizione di parti che il fatto di essere collegate a formare quel tutto non modifica in modo importante.

Vediamo dunque di esporla in dettaglio, questa verità così astratta ma così centrale. Non sarà né cosa semplice né cosa breve, ma non voglio rinunciare a provarci.

Qui fortunatamente ci fornisce, per così dire, un punto d'attacco “naturale” la relazione parte-tutto, basilare nel pensiero occidentale da più di duemila anni. Ora, a questo proposito vale tradizionalmente – non solo nei classici ma anche in buona parte della matematica e fisica contemporanea - il principio che “il tutto è la somma delle parti” nel senso, grosso modo, che un “tutto” lo formiamo mettendo insieme parti *preesistenti* e tali che *una volta messe insieme, ciascuna resta quella che era*. Una casa è un insieme di mattoni, calce, legno, vetro, cavi elettrici e altre cose *che le preesistevano*, e una volta che queste cose vengono assemblate quello che era cavo resta cavo, quello che era vetro rimane vetro, e così via. Ed esiste

¹ Non in quanto strumento analitico, utilissimo per studiare i processi sociali; a questo livello continua a funzionare molto bene. Temo che a Marx una simile doppia evoluzione, per la quale il suo pensiero è servito e serve magnificamente a *capire* la società ma sulla lunga distanza, come strumento per *trasformarla*, non ha funzionato, non sarebbe piaciuta; ma la duplicità è nei fatti.

² Questo non vuol dire che oggi non esistano questioni *molto generali* che s'impongono o dovrebbero imporsi all'attenzione di ognuno, pena disastri di fronte ai quali le guerre e tirannidi del XX secolo impallidirebbero; esistono, e hanno a che fare soprattutto con la devastazione a livello planetario dell'ambiente a opera dell'uomo. Qui però questo punto non starà in primo piano, perché il tema centrale dell'intero lavoro è un altro.

effettivamente un dominio (inorganico) in cui le cose vengono prodotte unendo parti indipendenti le une dalle altre e che il montaggio non modifica.

Retroazione e unità organica

IV

Senonché, la relazione parte-tutto è presente anche in campo organico, ma lì funziona in modo molto diverso. In una casa ci sono per esempio delle porte, e se voi ne togliete una dai cardini e la mettete in un altro posto facendo attenzione a non danneggiarla quella resta ciò che era, intatta, immutata. E come *in* una casa c'è una certa porta, che finché resta lì occupa una parte dello spazio occupato dalla casa, così *in* un corpo vivente c'è per esempio il fegato, vivente quanto tutto il resto; ma se a una persona togliete il fegato, nessuno dei due – né il fegato da solo, né il resto della persona senza più fegato – rimarrà in vita, cioè resterà quello che era. Una persona vive *anche* perché ha un fegato funzionante; un fegato funziona – cioè vive – perché sta all'interno di un corpo vivente, che lo irrora di sangue. C'è una retroazione, il funzionamento anzi l'essere stesso della parte presuppone quello del tutto (e viceversa, naturalmente). Ed è da notare che questa retroazione è strettamente associata alla vita: un morto conserva ancora, per qualche tempo, tutti i suoi organi interni, ma per essere quello che *adesso* è, nella morte, il suo fegato non ha più bisogno di sangue e non dipende più dall'insieme di quel corpo al cui interno continua a stare. Nella casa, come l'abbiamo considerata sopra, il tutto è *semplicemente* il risultato di una certa coordinazione di parti che sottratte a questa coordinazione restano ciascuna quella che era; nel corpo vivente, il tutto è ancora il risultato di una certa coordinazione delle parti, ma nessuna di queste esiste, e tanto meno funziona, al di fuori della coordinazione. Questo fatto viene espresso in genere parlando di "unità organica".

V

L'aggettivo "organico" attesta che il caso paradigmatico di questo particolare tipo di unità di sistema in cui le parti sono sì causa dell'essere il tutto ciò che è, ma quest'ultimo è a sua volta causa dell'essere le parti ciò che sono e del loro funzionare come funzionano, è appunto quello dell'organismo vivente. Ma l'interdipendenza di parti e tutto è data anche in moltissimi altri campi; e qui mi tocca fare nuovi esempi. Alcuni saranno abbastanza ovvi, altri – forse – un po' meno.

Primo esempio: che cos'è l'Italia? Innanzitutto un territorio, ma questo non basta. Per consenso pressoché unanime, sia fra noi italiani sia fra gli altri, l'Italia è essenzialmente *l'insieme degli italiani*,³ dunque una comunità che non condivide solo un territorio, ma anche e soprattutto una cultura. Togliete gli italiani, cioè la gente che ha in comune quello che ho appena detto, e non avrete più l'Italia; e anche se quei monti, quei fiumi, quelle isole continuerebbero a esistere l'Italia non ci sarebbe più se non nel senso metternichiano (vedi nota 3), che non mi pare il più interessante (a parte che è antipatico da morire, naturalmente).

"Italia" dunque *non* è solo un'espressione geografica, e non lo è perché l'Italia è essenzialmente un insieme non di territori, ma di persone – gli italiani. Già; ma perché un italiano è tale? Nel caso tipico, paradigmatico, perché è nato e cresciuto in Italia: cioè non tanto in un certo territorio, non è questo il punto, ma in mezzo a degli italiani; e avendo avuto a che fare, nei primi anni di vita, solo (o quasi) con adulti che erano italiani, è diventato a sua volta italiano. Se uno è italiano, lo è perché è cresciuto in mezzo agli italiani; se è tedesco, lo è perché è cresciuto in mezzo ai tedeschi; e così via. Qui la circolarità (non viziosa) è perfetta: il tutto è l'aggregato di certe parti, ma le parti che formano il tutto gli appartengono perché è entro il tutto che sono state poste in essere. E la differenza rispetto al caso della causalità unidirezionale è assolutamente chiara: nella casa, una finestra *sta dove sta* per via di come la casa è fatta, ma è *quella che* è indipendentemente dall'esistenza stessa della casa in cui è collocata; nella comunità

³ Per la verità, il principe di Metternich è famoso *anche* per aver detto "Italien ist nur ein geographischer Ausdruck", frase che in genere viene tradotta "L'Italia è solo un'espressione geografica": pessima traduzione, perché chiunque abbia una conoscenza appena discreta del Tedesco capisce che qui Metternich stava parlando della *parola* "Italien", o "Italia", stava dicendo cioè che quella parola indicava solo un territorio e non una nazione, che secondo lui non esisteva. Naturalmente di fronte a questa affermazione noi ci offendiamo moltissimo, ma la traduzione corretta sarebbe comunque "Italia' è solo un'espressione geografica", con le virgolette e senza l'articolo.

nazionale un italiano non sarebbe tale (e non avrebbe senso *dirlo* tale) se l'Italia non esistesse – proprio come non avrebbe senso, simmetricamente, parlare di Italia in quanto nazione senza che né ci fossero né ci fossero mai stati italiani.

VI

Gli organismi viventi, le comunità nazionali; ma c'è dell'altro.

Prendiamo il linguaggio ordinario. Noi lo usiamo per formare proposizioni, e una proposizione viene costruita mettendo una dietro l'altra (non come capita, ma secondo regole) delle parole che fanno parte di un certo vocabolario (dai confini fluidi, tuttavia non possiamo inventarne di nuove come ci pare); e ognuna di queste parole può essere *classificata*, cioè appartiene, caso per caso, a una ben definita categoria grammaticale. Viene da chiedere: *quale* categoria? E proprio qui sta il punto: dipende dal contesto, tanto che in due occorrenze distinte, anche all'interno di una stessa frase, la stessa parola può benissimo essere, grammaticalmente, due cose diverse.

Naturalmente, senza esempi questo non si capisce. E allora facciamolo, l'esempio:

La chiave di casa io non la perdo mai.⁴

Qui “la” ricorre due volte e la prima è un articolo, la seconda una particella pronominale. La stessa parola, materialmente identica: ma se per due volte ci viene chiesto “Che cos'è questo *la*?”, dobbiamo dare due risposte diverse. Che si vuole di più, a proposito di retroazione del tutto sulle parti?

VII

Proseguiamo. In Occidente, la musica tradizionale è *tonale*. Che cosa vuol dire? Spiegarlo a chi è digiuno di musica come temo siano diversi dei miei lettori (se ne avrò) non è facile, ma ci provo.

Popolarmente si crede che le note siano sette: andando dal grave verso l'acuto, do re mi fa sol la si. In realtà sono dodici: do, do diesis, re, mi bemolle, mi, fa, fa diesis, sol, la bemolle, la, si bemolle, si. La musica *dodecafonica* le utilizza tutte, e proprio per questo si chiama così; ma nella musica tradizionale, o *tonale*, si fa una selezione, se ne prendono volta per volta appunto sette (salvo variazioni episodiche e locali) e le sette selezionate formano la *tonalità*, che può essere *maggiore* o *minore* (ma non starò, per semplicità, a spiegare la differenza). Una di queste note, la più grave, è la *tonica*, che insieme all'aggettivo “maggiore” o “minore” dà il nome alla tonalità, e le due scelte della tonica e del modo, maggiore o minore, determinano sia quali note vengono utilizzate, sia un'altra cosa che dirò fra un momento. Per esempio: la tonalità di *do maggiore* comprende le sette note tradizionali, do re mi fa sol la si, e la tonica è *do*; il *la minore* comprende la si do re mi fa sol, cioè le stesse note, ma con una tonica diversa, *la* (cercherò di spiegare poco sotto che cosa implica questa differenza); il *sol maggiore* comprende sol la si do re mi fa diesis, e la tonica è *sol*.

Ora, noi occidentali siamo abitudinissimi alla musica tonale, e questa radicata abitudine ci fa associare la tonica alla conclusione di un brano. Prendiamo per esempio *O sole mio*: è in sol maggiore, quindi la tonica è *sol*, e quando il cantante spara il suo bel “sta in fronte a me” finale, quel *me* conclusivo è appunto un sol. Se fosse una nota diversa, più acuta o più grave, non sentiremmo che in quel momento la canzone si completa e conclude⁵; il che vuol dire che una *singola* nota è percepita come conclusiva, cioè ha una certa qualità, *sua*, a causa del contesto nel quale è immersa – la tonalità. Retroazione del tutto sul singolo elemento, anche qui.

VIII

Possiamo chiamare *con retroazione*, o con *feedback*, quei sistemi in cui il tutto retroagisce sulle parti, dando loro un carattere che da sole non avrebbero. Finora ho preso in esame un'ampia varietà di sistemi caratterizzati appunto da un'azione *bidirezionale*, cioè sia dalle parti al tutto, sia dal tutto alle parti; e questo

⁴ Fra l'altro, nel mio caso questo è falso. Per due volte l'ho perduta, in vita mia. E spero proprio che non ce ne sia una terza.

⁵ Ma un cantante appena appena decente non commetterebbe mai un simile errore e chiuderebbe comunque – non in generale, ma nel caso di *O sole mio* - in *sol*.

non è banale, perché si sa da sempre che esistono, e sono importanti, anche dei sistemi *lineari* in cui sono le parti a determinare il tutto e non viceversa - il secondo non retroagisce sulle prime, modificandole. Anche qui gli esempi abbondano; ho già fatto quelli della casa e (in opposizione al corpo vivente) del cadavere, ma non è difficile trovarne altri.

Prendiamo la chimica inorganica (in quella organica non oso avventurarmi, ne so troppo poco): i composti vengono indicati facendo il nome degli elementi che li costituiscono, dove la distinzione fra elementi e composti è lineare, unidirezionale, i primi fanno sì che il composto sia quello che è ma sono dati indipendentemente da esso e *al suo interno* restano quelli che erano, dunque non c'è feedback del tutto sulle parti. L'acqua è H₂O, due idrogeni e un ossigeno; il sale da cucina è NaCl, un sodio (Na) e un cloro; il metano è CH₄, un carbonio e quattro idrogeni; l'anidride carbonica è CO₂, un carbonio e due ossigeni; e così via, dove l'ossigeno resta ossigeno, l'idrogeno resta idrogeno e in generale ogni elemento resta quello che era, in qualsiasi composto in cui sia presente. La chimica è, almeno a livello inorganico, un sistema unidirezionale in cui sono dati dei "mattoni" iniziali e dei processi di combinazione che li mettono insieme ma *non* li modificano; la costruzione delle sostanze inorganiche utilizza questi mattoni senza trasformati in altro.

Ma adesso proviamo ad astrarre dalla natura specifica sia degli elementi iniziali sia delle regole di combinazione (ce ne sono sempre; in chimica per esempio ogni elemento ha una proprietà, la *valenza*, che - detto in forma breve e semplificata - dati due elementi rende possibile la loro combinazione secondo certe proporzioni, ma non secondo certe altre; esiste per esempio H₂O ma non H₃O), e introduciamo il concetto generale di sistema con elementi iniziali *semplici*⁶ e regole di combinazione che consentono di mettere insieme questi elementi formando oggetti più complicati, ma non di modificare i "mattoni" iniziali. Ce n'è in abbondanza, di sistemi così: per esempio i giochi di carte, tutti, senza eccezione (una donna di picche potrà essere un'ottima carta in certi contesti e una disastrosa in certi altri ma resterà comunque una donna di picche, quale che sia il gioco).

Credo proprio che questa differenza sia nota a tutti; non dico chiara, ma nota sì - sia pure con un po' di nebbia intorno. Ma la distinzione è accompagnata molto spesso da un duplice luogo comune, e cioè che (1) le conoscenze matematiche pure e fisiche *inorganiche* sarebbero *in generale* prive di retroazione, giochi-lego che si limitano a combinare mattoni iniziali senza modificarli, mentre (2) le scienze umane e quelle della vita sarebbero caratterizzate dalla capacità dei sistemi complessi di modificare gli elementi più semplici che entrano in gioco nella loro formazione.

Ora, (2) è accettabile, ma - detto in forma abbreviata e semplificata - (1) no. Esistono conoscenze che non appartengono né alle scienze umane né a quelle biologiche ma alla matematica o alla fisica e nelle quali il *feedback* del tutto sulle parti c'è, e come.

IX

Per quanto riguarda la fisica prenderò un esempio dalla meccanica quantistica, questa straordinaria rivoluzione che dopo quasi cent'anni stentiamo ancora a capire e fa sembrare cosine leggere e innovazioni *molto* moderate, al confronto, la meccanica newtoniana o la teoria della relatività. Non mi sogno nemmeno di esporla tutta, visto che *non la so* tutta (e tanto meno la capisco, ma nessuno - l'ho già accennato - la capisce davvero); mi basterà un solo punto, relativamente facile, per dare un'idea di qualcuna fra le più importanti delle sue innovazioni concettuali.

Nel 1930 Wolfgang Pauli di Zurigo formulò il cosiddetto *principio di esclusione*, per il quale due elettroni dello stesso atomo non possono avere gli stessi numeri quantici; ma detto così è geroglifico. Ci vuole una spiegazione, e seguirò quella di Subramahnyan Chandrasekhar (1910-1995), indiano di nascita ma naturalizzato americano, il cui testo divulgativo *Why things are the way they are* è stato tradotto in Italiano e pubblicato nel 2000 dal Saggiatore col titolo *Perché il vetro è trasparente* - secondo me fuorviante, visto che l'obiettivo di Chandrasekhar è spiegare al lettore non specialista, per mezzo della meccanica quantistica, non solo perché certe sostanze sono trasparenti e certe altre no ma, praticamente, *tutta* la fisica dei solidi - trasparenza di alcune sostanze e opacità di altre, certo, ma anche perché alcuni materiali sono conduttori

⁶ Non necessariamente in assoluto, ma nel senso che una loro eventuale suddivisibilità in parti (di qualsiasi natura) non viene presa in considerazione.

di elettricità, altri isolanti e altri ancora semiconduttori, o a che cosa è dovuto il magnetismo e a che cosa la superconduttività, cioè quel fenomeno per cui a temperature molto basse la resistenza elettrica - la quale, ricordo, arroventa i cavi che trasportano la corrente - scompare (il che consentirebbe un enorme risparmio nel trasporto dell'elettricità, non fosse che raffreddare i cavi fino a temperature prossime allo zero assoluto avrebbe costi proibitivi).

Ma torniamo al principio di esclusione. Un elettrone è caratterizzato in modo completo, e nient'altro se ne può dire, una volta specificati quattro parametri: livello energetico, *spin*⁷ e due tipi diversi di momento magnetico. Ognuno di questi parametri ha un valore numerico (e sono valori piccoli, o interi o frazionari). I quattro valori quantici caratterizzano in modo completo l'elettrone, e *non se ne può dire altro*. Questa è già una grossissima differenza rispetto agli oggetti macroscopici, le cui descrizioni, in linea di principio, ammettono sempre ulteriori dettagli; ma la cosa veramente importante è un'altra. Prendiamo un atomo: ha un certo numero di elettroni, per esempio ventisei (nel qual caso si tratta di ferro, ma l'esempio potrebbe benissimo essere diverso). Scegliamo ora uno di questi elettroni, e magari diamogli un nome, per esempio Giuseppe. *L'elettrone Giuseppe può avere quattro numeri quantici così e così?* Se nessuno degli altri elettroni di quell'atomo ce li ha già *tutti e quattro*, allora sì, ma se un altro (e può essere solo uno) ce li ha già, *tutti e quattro*, allora no; *due elettroni distinti dello stesso atomo non possono avere gli stessi numeri quantici*, e ne segue che i numeri quantici del singolo elettrone non sono indipendenti da quelli degli altri. Ora, un elettrone è *parte costitutiva* di un atomo; dunque una parte che ha sì i caratteri che ha, *ma non indipendentemente dal tutto*. Un italiano non è quello che è indipendentemente dal tutto "Italia", ma in conseguenza di vincoli determinati, appunto, da questo tutto; lo stesso si può dire per un qualsiasi organo - fegato o altro - di un corpo vivente; *ma anche di un elettrone rispetto all'atomo di cui fa parte*. Col principio di esclusione viene meno quella che una lunghissima tradizione aveva considerato una differenza basilare fra, rispettivamente, sistemi viventi (non lineari cioè con retroazione del tutto sulle parti) e sistemi non viventi, lineari - si credeva - cioè privi di una simile retroazione. Di fatto la retroazione è *ovunque*; ed è stato il ventesimo secolo a scoprirlo. Qualcosa di buono lo ha combinato.

X

Ma nel XX secolo la retroazione è saltata fuori anche in quello che potrebbe sembrare il campo più lineare e unidirezionale di tutti: la matematica pura, logica compresa.

Se prendete una qualsiasi introduzione (seria) alla logica ci troverete scritto che esistono tre tipi di termini, gli *operatori* (per esempio la negazione, la congiunzione, i quantificatori come "tutti" e "alcuni"), i *termini individuali* cioè, semplificando ma non falsificando, i nomi propri e i pronomi, e i *predicati* cioè, di nuovo semplificando ma non falsificando, i verbi, gli aggettivi, i sostantivi e le loro combinazioni. Ora, è dottrina standard che i termini individuali stanno appunto per individui e i predicati per insiemi di individui. In "Mario è simpatico" il nome "Mario" (sto parlando di una *parola*) sta per una certa persona, "simpatico" sta per l'*insieme* delle persone simpatiche e la proposizione "Mario è simpatico" è vera se e solo se *quella* persona, indicata da (ma non identica a) *quel* nome, appartiene a *quell'*insieme. Possiamo anche vedere⁸ tutto questo come una versione modernizzata, e che si vorrebbe rigorizzata, della massima aristotelica che "dire dell'essere che è e del non essere che non è è vero; dire dell'essere che non è e del non essere che è è falso", dove la modernizzazione consiste nell'introduzione (che qui ho deciso di risparmiare a me stesso e ai lettori) di un linguaggio formalizzato e nell'utilizzo del concetto di insieme.⁹

⁷ Letteralmente, "giro": se immaginiamo l'elettrone come una pallina (il che a rigore è scorretto, ma questo in sede di prima esposizione è bene dimenticarlo) lo *spin* può essere pensato come un moto rotatorio, orario in certi casi e antiorario in altri.

⁸ Magari con un po' di buona volontà...

⁹ La nozione di insieme ha un'enorme importanza nella matematica a logica contemporanea. Georg Cantor (1845-1918), creatore della *teoria* degli insiemi, ne dà queste due definizioni:

- 1) è un insieme "ogni molti che si possa pensare come uno" (1883, *Grundlagen einer allgemeine Mannigfaltigkeitslehre*, o *Fondamenti di una teoria generale delle molteplicità*);
- 2) è un insieme "qualsiasi collezione di oggetti determinati e ben distinti dell'intuizione o del pensiero" (1895, *Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre*, o *Contributi alla fondazione della teoria transfinita degli insiemi*).

A parere non solo mio, ma anche di molti altri, tali definizioni non sono equivalenti; tuttavia in questo contesto discutere in che consista la differenza significherebbe andare fuori tema.

Ora, in gran maggioranza quelli che accettano questa specificazione *moderna* della nozione *classica* (in realtà estremamente ambigua, e suscettibile di sviluppi fra loro opposti) della verità come *adaequatio rei et intellectus* l'accoppiano con una visione *unidirezionale* della relazione fra un insieme e i suoi elementi. In base a questa visione gli elementi sono originari, dati indipendentemente dall'insieme, degli "uni" anteriori alla molteplicità cui appartengono, che a sua volta non è che una sorta di collezione di elementi ciascuno dei quali è già dato e non viene modificato in nessun modo da tale unificazione. Inoltre, poiché la controparte linguistica dell'oggetto è il *nome proprio* mentre quella del predicato è l'aggettivo o sostantivo, le nostre definizioni possono andare dall'elemento all'insieme ma non viceversa, e un insieme sarà in generale la totalità degli oggetti cui conviene un certo predicato. Si forma in tal modo una gerarchia che va in una sola direzione: prima gli oggetti "primitivi", semplici,¹⁰ poi i loro insiemi, poi gli insiemi di insiemi ecc.: il sistema più lineare, più unidirezionale che si possa immaginare.

XI

Ma questo approccio non funziona (e proprio qui sta la cosa interessante, dal punto di vista centrale di questo lavoro), e in realtà esistono abbondanti controesempi a una simile visione, in base alla quale prima ci sarebbero degli "atomi" non ulteriormente scomponibili, poi i loro insiemi, poi gli insiemi dei loro insiemi ecc.¹¹ Perfino in *matematica pura*, cioè in un dominio lontanissimo dal linguaggio ordinario o dalla musica o dalla meccanica quantistica, insomma da tutti i campi non lineari considerati finora, esistono casi di *non linearità*, cioè di retroazione del tutto sulle parti; ma se non facessi un esempio il mio discorso resterebbe gravemente incompleto. So già – non sono nato ieri, e nemmeno l'altro ieri – che a questo punto diversi dei miei lettori (ammesso che io ne abbia) rischierebbero di piantarsi, perché per molti è una questione di principio fare così appena si discute di matematica; ma in questo caso sbaglierebbero, perché io parlerò del *metodo diagonale* cioè di un metodo *matematico* non più lineare della relazione, per esempio, fra un essere vivente e un suo organo.

Prendiamo i numeri naturali, 0, 1, 2, 3, ...; sono infiniti, visto che da uno qualsiasi, chiamiamolo n , possiamo sempre passare a $n+1$. E adesso prendiamo le *successioni binarie* infinite, cioè le successioni infinite di 0 e 1, come per esempio

$$\begin{array}{c} 1010101010\dots \\ \text{o} \\ 100100100100\dots \end{array}$$

ecc. È chiaro che sono infinite anche queste; se per esempio prendiamo quelle con un solo 1 e per il resto tutti 0 ci sarà quella che l'1 ce l'ha in prima posizione, quella che ce l'ha in seconda, in terza e così via; ma sono *tante quante* i numeri naturali, oppure sono *di più?* (Anche fra gli insiemi infiniti possono essercene di più grandi e più piccoli, proprio come fra quelli finiti; ne vedremo subito un esempio). Intuitivamente verrebbe da pensare che siano di più; ma bisogna *provarlo*, e la dimostrazione è la seguente.

Si procede per assurdo, supponendo che le successioni binarie siano tante quante i numeri naturali e ricavando una contraddizione da questa ipotesi. Ora, se fossero *tante quante*, potrebbero essere numerate: ci sarebbero cioè la prima, la seconda, la terza ecc., e rientrerebbero tutte in questa numerazione. Prendiamola allora, la presunta numerazione completa delle successioni binarie: ne potremo ricavare una successione che *non ne fa parte*, e con questo l'ipotesi che le successioni binarie siano tante quante i numeri naturali sarà confutata. Si fa così: consideriamo il *primo* numero della *prima* successione, e se è 1 scriviamo 0, se è 0 scriviamo 1; poi il secondo della seconda, e procediamo allo stesso modo; poi il terzo della terza, e così via. In generale, all' n -esimo passo scriviamo 0 se l' n -esimo termine dell' n -esima successione è 1 e

¹⁰ Wittgenstein segue chiaramente questa impostazione quando nel *Tractatus logico-philosophicus* scrive (proposizione 5) che "L'oggetto è semplice": un errore grossolano, come stiamo già cominciando a vedere e vedremo sempre meglio andando avanti. Ma era intelligente, e in seguito seppa correggersi.

¹¹ A rigore qui semplifico, ma (1) se non lo facessi l'esposizione sarebbe troppo pesante, (2) non altero la sostanza della questione, come chiunque può verificare consultando per esempio le splendide *Questioni di filosofia della matematica* di Ettore Casari.

1 se è 0. In tal modo otteniamo una successione infinita che differisce da ognuna di quelle della nostra presunta numerazione esaustiva in almeno una sede, quindi è *un'altra*, è nuova; dunque le successioni binarie non si possono numerare cioè sono troppe, *più* dei numeri naturali, che pure sono infiniti. Questo procedimento, detto *diagonale*, definisce un *singolo* oggetto (qui una successione) per riferimento a un insieme cui per ipotesi tale oggetto dovrebbe appartenere - salvo che viene fuori che questo è impossibile; ma il punto è che il procedimento introduce un'entità *più semplice*, una nuova successione binaria, per riferimento a una *più complessa*, il presunto insieme di tali successioni. Dunque è *non lineare*: come la relazione fra l'organo e l'organismo vivente cui il primo appartiene o quelle fra la singola parola e la proposizione in cui compare, fra la singola nota e la tonalità, fra l'elettrone e l'atomo di cui fa parte.

XI

Ma solo a questo punto mi torna in mente - e mi viene da dire, anche se è buffo, "Scusate il ritardo" - un caso di non linearità in matematica enormemente più semplice e familiare a tutti: la buona vecchia scrittura decimale.

Prendiamo il numero 333; a bella posta lo scrivo in cifre e non in lettere. È formato da tre segni visivamente identici, ma il primo 3 da sinistra vuol dire tre centinaia, il secondo vuol dire tre decine e il terzo tre unità: dunque le tre occorrenze della stessa cifra hanno in realtà tre significati diversi a seconda della posizione, e infatti in gergo matematico si parla, in contesti del genere, di *valore di posizione*. Ripeto, ma procedendo stavolta nel senso opposto: la cifra più a destra indica il numero *delle unità*, quella subito a sinistra il numero *delle decine*, la terza da destra il numero *delle centinaia*, se ce ne fosse un'altra ancora più a sinistra indicherebbe il numero *delle migliaia*, e così via; qui dunque un 3 vuol dire semplicemente 3, un altro vuol dire 30, un altro ancora 300. Siamo talmente abituati a questo tipo di scrittura che su quello che ho appena detto non ci riflettiamo, per noi è un automatismo *farla funzionare*; e però se invece ci facciamo attenzione vediamo subito che è una scrittura in cui il significato del singolo segno non è determinato solo dal suo aspetto materiale, ma anche dalla sua posizione.

Questo fra l'altro viene fuori in modo particolarmente chiaro dal raffronto con una scrittura numerica (meno efficiente, ma storicamente importante) effettivamente "atomistica" nel senso che il valore di posizione non lo conosce: quella romana, nella quale 333 si scrive CCCXXXIII e C significa ogni volta 100, X ogni volta 10 e I ogni volta 1, indipendentemente dalla posizione. Nella scrittura numerica romana la retroazione del tutto sugli elementi non esiste, ma in quella araba (o più esattamente babilonese-indo-arabica) c'è, ed è essenziale.

La scoperta dell'indecidibile in matematica

XII

Ma tutti gli esempi fatti fin qui sono, per così dire, periferici rispetto alla scoperta dell'indecidibile in matematica cioè alla grande conquista, centrale nel pensiero del XX secolo (e ora del XXI), che - perdonate se mi vengono dei paroloni - rappresenta una rivoluzione intellettuale non inferiore alla fisica quantistica né per profondità, né per impatto innovativo né, ahimé, per difficoltà tecnica - e a questo punto cercherò di essere più leggibile che posso, ma sarà impegnativo.

È una storia, ripeto, del XX secolo, ma i problemi che mette in campo risalgono nientemeno che a Leibniz, il quale intorno al 1700, riflettendo sull'enorme differenza esistente fra matematica e morale in termini di validità intersoggettiva - nella prima quelli che si impadroniscono dei tecnicismi raggiungono sempre (pensava Leibniz) l'accordo, per cui ciò che è vero per un matematico è vero per tutti, mentre nella seconda le preferenze soggettive appaiono irriducibilmente diverse - si augurava che venisse inventata una *caratteristica universalis*, un linguaggio formalizzato applicabile a *ogni* questione, in *ogni* campo, che permettesse di trovare per *ogni* problema, attraverso passaggi indiscutibilmente validi, una soluzione altrettanto certa di quella di un'equazione algebrica. Di fronte a un qualsiasi interrogativo morale, anche il più intricato, un giorno si sarebbe potuto dire - sperava Leibniz - *Calculemus*, e il risultato del calcolo si sarebbe imposto, con evidenza irrefutabile, a ognuno.

Personalmente, pur concedendo che Leibniz non solo era una persona per bene ma non mostrava affatto simpatie totalitarie, io proprio non condivido questo ideale e credo, al contrario, che un mondo senza più dubbi e incertezze sarebbe molto peggiore di questo, che tanto bello non è; ma il punto che m'interessa

è un altro, è che dal 1930 cioè da quasi cent'anni sappiamo, malgrado Leibniz, che perfino in aritmetica elementare, quella che si può fare coi soli numeri naturali,¹² esistono proposizioni indecidibili. Mica c'è soltanto in morale, l'indecidibile; mica ha a che fare solo con domande come "È giusto uccidere un tiranno?". No; l'indecidibile riguarda pure proposizioni (estremamente recondite e complesse, ma definibili in modo preciso ed esauriente) in cui si parla di numeri naturali e di nient'altro, cioè proposizioni *aritmetiche*.

La dimostrazione di Gödel è molto lunga e molto tecnica, quindi non riproducibile punto per punto in questa sede, ma si può cercare di darne un'idea generale. È quanto proverò a fare sia nel resto del paragrafo sia nel successivo.

Ho già accennato che Gödel va in cerca dell'indecidibile in *teoria dei numeri* cioè nella parte più semplice della matematica, quella che si occupa solo dei numeri naturali. Nel 1930, quando (a ventiquattro anni) pubblicò il teorema che ancora porta il suo nome, la teoria dei numeri era già stata riformulata in un linguaggio *totalmente simbolico*, quindi totalmente separato dal linguaggio comune; c'erano cinque assiomi e delle regole di riscrittura seguendo le quali si potevano derivare teoremi, cioè – concretamente - nuove formule, dagli assiomi e poi, all'infinito, altri teoremi ancora dagli stessi assiomi più le formule derivate in precedenza; su un simile apparato, già esistente quando arriva lui, lavora Gödel.

La prima mossa, veramente geniale, è l'invenzione di una tecnica per far corrispondere biunivocamente a ogni formula del linguaggio formalizzato della teoria un numero naturale attraverso un'operazione reversibile, vale a dire tale che data una formula è possibile associarle il suo *numero di Gödel* (ma non fu lui a coniare questo termine, era molto modesto e schivo) e dato quest'ultimo è possibile, viceversa, ricostruire la formula. La cosa è importante perché se in una teoria fatta per parlare di *numeri* associamo biunivocamente a ogni formula un ben determinato *numero*, quando *nella teoria* parliamo di quel numero, parliamo perciò stesso anche della formula a esso associata.

I teoremi vengono derivati dagli assiomi, o da questi più altri teoremi già dimostrati, mediante *regole di riscrittura* che permettono di passare da certe formule a certe altre attraverso pure manipolazioni di segni che prescindono dal significato di questi ultimi: per esempio il *modus ponens*, noto già agli scolastici, grazie al quale date le premesse "p" e (detto in linguaggio comune, ma Gödel naturalmente usa una versione formalizzata) "Se p, allora q" posso concludere "q" (il senso del *modus ponens* è che se valgono tanto un'implicazione quanto il suo antecedente, allora vale il conseguente). Una dimostrazione è una successione finita di formule in cui le prime sono assiomi, ognuna delle successive è derivata *secondo le regole* da una o più delle precedenti e l'ultima è la formula da dimostrare, che a quel punto diventa un *teorema*; dunque – questo è un punto importante - le dimostrazioni hanno un *significato* astratto ma nello stesso tempo sono oggetti *materiali*, descrivibili per di più in modo esauriente e preciso. Inoltre ogni dimostrazione, come ogni formula, ha un suo *numero di Gödel*, che possiamo calcolare a partire dalle righe della dimostrazione stessa e tale che *partendo invece da esso possiamo, viceversa, ricostruire riga per riga e segno per segno l'intera dimostrazione*,¹³ con perfetta reversibilità. Questo permette a Gödel di parlare di *formule e dimostrazioni* della teoria dei numeri all'interno della teoria stessa (appunto perché a ognuna di esse si può associare biunivocamente un ben determinato numero naturale), che è già un risultato di tutto rispetto. Ma va oltre e ne ottiene uno ancora più importante: che *nella* teoria dei numeri (o aritmetica elementare) esistono *formule indecidibili* - e a quel punto addio, leibniziana *caratteristica universalis*: non solo non hai colonizzato l'etica e la metafisica, ma l'indecidibile ha invaso pure quella che prima di Gödel tutti credevano dominio incontrastato della decidibilità, la matematica pura.

A tale risultato si arriva così: Gödel parte da due concetti primitivi che dà per noti, quelli di zero e di successore (per ogni n , il successore di n è $n+1$), e attraverso quarantasei definizioni successive, ognuna delle quali utilizza le precedenti come mattoni (quindi con un procedimento lineare, senza feedback), arriva a definire anche la nozione di *formula dimostrabile*. Ma cosa vuol dire che la formula P è dimostrabile? Vuol dire che esiste una sua dimostrazione, cioè una successione di formule costruita secondo le regole alle quali ho accennato poco sopra e la cui ultima riga è P. Questo però significa, ulteriormente, che

¹² Cioè gli interi non negativi: 0, 1, 2, 3, ...

¹³ I numeri di Gödel delle formule sono molto grandi, quelli delle dimostrazioni addirittura astronomici e di fatto incalcolabili, ma al matematico puro una cosa del genere non interessa. È dai tempi dei greci che si sanno dimostrare (e si accettano) proposizioni su numeri troppo grandi per essere calcolati.

esistono *due* numeri naturali che sono rispettivamente, il numero di Gödel di P e quello di una sua dimostrazione.¹⁴

E adesso – è il primo passo del ragionamento che porterà alla scoperta dell'indecidibile in matematica - introduciamo il concetto di proprietà monadica. Le proprietà monadiche sono quelle che possono appartenere a un solo oggetto: per esempio, in teoria dei numeri, “pari”, “dispari”, “primo”, “quadrato”, “cubo”, “perfetto”¹⁵ ecc.; vanno distinte dalle relazioni come “maggiore”, “minore”, “uguale”, “multiplo”, “divisore” ecc. In generale avranno la forma Px, dove P è una formula qualsiasi, anche molto complicata, e x – ricordiamo – è una variabile che sta genericamente per un numero naturale, dato che di questi e solo di questi parla la teoria. Ogni formula monadica, cioè che – detto in soldoni – asserisce che *un* oggetto ha una proprietà (*non* che fra due o più oggetti intercorre una relazione), avrà il suo numero di Gödel, maggiore o minore a seconda della sua maggiore o minore complessità; quindi possiamo ordinare le formule monadiche e quella col numero più piccolo sarà la prima, quella col numero immediatamente successivo la seconda, ecc.

Ora, attraverso le 46 definizioni consecutive cui ho accennato sopra si arriva a costruire una particolare formula monadica (spaventosamente complessa e di fatto non scrivibile data tale complessità tuttavia, appunto, *definibile* – e a un matematico basta questo¹⁶ per concludere che esiste) il cui senso è che *la y-esima formula monadica non è dimostrabile*, dove y è una variabile che può assumere volta per volta qualsiasi valore intero positivo, e per alcune di queste formule (per esempio $x < x$, che di sicuro non possiamo provare) sarà vera, per altre (per esempio $x \leq (x+y)$), che invece dimostriamo facilmente) sarà falsa; ma *avrà essa stessa un numero d'ordine, diciamo q, fra le formule monadiche*. Questo implica che esiste una formula il cui senso è che la q-esima formula monadica non è dimostrabile ed è essa stessa la q-esima formula monadica, cioè *asserisce la propria indimostrabilità*.¹⁷ D'ora in poi la indicherò con Q; solo che è possibile indicarla con un simbolo *ad hoc* ma (sia pure solo di fatto, non di principio), non scriverla per esteso. Come ho già accennato, Gödel arriva a definirla attraverso 46 passi consecutivi, ognuno dei quali utilizza come “mattoni” i precedenti - per cui cercare di metterla insieme, per così dire, mattone per mattone è sconsigliabile, e che io sappia non ci ha mai provato nessuno; questo però non ha importanza, visto che in matematica, come ho già accennato, perché un oggetto esista è sufficiente (e necessario) che sia definito senza contraddizioni, oscurità o circoli viziosi; e così è definita Q.

C'è però un ultimo tassello, molto importante, da aggiungere. Abbiamo già visto che se la teoria dei numeri, chiamiamola N, può dimostrare la Q di Gödel, dimostra perciò stesso il falso quindi è contraddittoria e se la confuta confuta il vero (perché allora tale diventa Q) quindi di nuovo è contraddittoria; dunque è esente da contraddizioni solo se né la prova né la confuta, e quindi al suo interno Q è indecidibile. *Ma lo è? Né lo sappiamo, né possiamo saperlo; e quindi non possiamo sapere nemmeno se la teoria dei numeri, cioè il capitolo iniziale e più elementare di tutte le matematiche, contiene o non contiene contraddizioni.*

XIII

Ma a questo punto è possibile completare la discussione del teorema di Gödel solo se prima si fa una digressione, che sarà abbastanza lunga ma anche abbastanza importante nonché – si consoli il lettore – più semplice delle cose dette nel § XII.

La proposizione Q di Gödel parla di se stessa; dice che Q non ha dimostrazione, ed è Q. Ora, l'idea che una proposizione possa parlare di sé suona strana, e certamente davanti a molti casi *in apparenza* di questo genere dobbiamo prendere atto di una scorrettezza di base. Prendiamo, per esempio,

A Questa proposizione è vera.

¹⁴ “Una” e non “la” perché non è detto, in generale, che una formula dimostrabile abbia una sola dimostrazione.

¹⁵ Questo è un concetto che risale all'antichità classica: un numero è perfetto se e solo se è uguale alla somma dei suoi divisori, uno compreso. Per esempio è perfetto il 6, che è divisibile per 1, 2 e 3 e uguale a 1+2+3.

¹⁶ Più, a onor del vero, l'assenza di contraddizioni; ma in Gödel non ne sono mai state trovate.

¹⁷ Questo è il passaggio decisivo, indubbiamente difficile. Congratulazioni se lo capite, ma se non ce la fate non scoraggiatevi. L'essenziale è capire che la formula Q è *indecidibile*.

Qui la grammatica è rispettata: soggetto, copula, predicato, con tutte le concordanze a posto. Ma di che cosa parla A? Da un lato, il soggetto è “Questa proposizione”, e a tale soggetto viene attribuito il predicato “vero”; dall’altro però la verità, come la falsità, non è mai attribuito del solo soggetto, ma dell’intera proposizione. – quindi, in questo caso, dell’intera “Questa proposizione è vera”, e qui incontriamo un’ambiguità fatale: in A le parole “questa proposizione” un po’ indicano se stesse e solo se stesse, e un po’ l’intera A.

Davanti a casi di questo tipo, che sembrano mettere in crisi il principio che ogni proposizione è vera o falsa¹⁸, verso la fine del Quattrocento Girolamo Savonarola (sì proprio lui, quello che si scontrò con papa Alessandro VI e finì sul rogo) scriveva che “non sunt propositiones”, e aggiungeva che come un uomo dipinto ha figura d’uomo ma non è veramente tale, così simili espressioni hanno apparenza ma non natura di proposizioni.

Non è così semplice, però. Qui bisogna distinguere, innanzitutto, due tipi di termini individuali, i *nomi propri* e le *descrizioni definite*. Un nome proprio denota direttamente, senza passaggi intermedi, un ben definito oggetto, mentre una descrizione definita denota pure lei *un* oggetto preciso, ma non nominandolo direttamente bensì attraverso una proprietà che quell’oggetto sarebbe l’unico a possedere.

Sembra difficile, eppure è una differenza che *nella pratica* anche bambini di sei-sette anni capiscono perfettamente. Nella favola di Biancaneve la regina cattiva chiede periodicamente al suo specchio magico

Specchio, specchio delle mie brame,
 chi è la più bella del reame?,

e finché lo specchio le risponde” Tu” non succede niente – ma quando le dice “Biancaneve” i guai arrivano, e come. Il punto è che “Biancaneve” e “la più bella del reame” indicano la stessa persona; ma “Biancaneve” direttamente e determinatamente, “la più bella del reame” come colei, *chiunque sia*, che possiede – unica - una certa proprietà.

Ora, i deittici come “questa proposizione” funzionano allo stesso modo dei nomi propri; ma le descrizioni definite no, tant’è vero che “La più bella del reame è Biancaneve” non è né tautologica né mal formata ma *dà* un’informazione, e *ha* un valore di verità.

Ebbene, lo stesso può accadere delle proposizioni su proposizioni *o addirittura su se stesse*, quando a individuarle non sia un deittico ma una descrizione definita. Prendiamo

*La proposizione asteriscata del § XIII è scritta in Italiano:

parla della proposizione asteriscata del § XIII, è la (anzi l’unica) proposizione asteriscata del § XIII ed è vera, mentre

/La proposizione barrata davanti e dietro del § XIII è scritta in Tedesco/

parla della proposizione barrata davanti e dietro del § XIII, è la proposizione (unica) barrata davanti e dietro del § XIII, ed è falsa. Dunque è possibile scrivere formule autoreferenziali ben formate, nonché con un valore di verità ben definito, e tali sono sia la proposizione asteriscata sia quella barrata davanti e dietro scritte poco sopra – ma anche la Q di Gödel, che fa riferimento a una descrizione definita, “la *q*-esima proprietà monadica”, asserendone l’indimostrabilità, e *possiede* la *q*-esima proprietà monadica¹⁹ cioè, ricordo, “x non è dimostrabile”; dunque asserisce tale proprietà di se stessa.

Ma Q è indimostrabile, quindi vera, oppure no, quindi falsa? Qui siamo in pieno paradosso. perché se la dimostriamo cadiamo in contraddizione, visto che afferma di non poter essere dimostrata; ma ci cadiamo pure se optiamo per l’altro corno del dilemma, che dimostrarla non si possa, poiché è proprio *questo* che dice e quindi concludendo *questo* la diamo per dimostrata – *cioè* – ulteriore paradosso - *falsificata*. Dunque

¹⁸ Falsamente attribuito ad Aristotele, che in realtà non la pensava affatto così (vedi *De interpretatione*, cap. 9).

¹⁹ Ricordo che le proprietà monadiche si possono ordinare secondo il loro numero di Gödel, prima quelle col numero più piccolo (quindi con una scrittura più breve) e poi quelle col numero più grande.

cadiamo in contraddizione tanto se la dimostriamo quanto se la refutiamo, e la contraddizione sarà evitata solo se Q è *indecidibile*, cioè né dimostrabile né refutabile. Perciò se la teoria dei numeri – chiamiamola per brevità T - non è contraddittoria Q non potrà essere né dimostrata né refutata *in* T , cioè risulterà – in T - indecidibile. Ma la teoria T è contraddittoria o no? Vale a dire, l'aritmetica elementare produce o no contraddizioni? Se il ragionamento di Gödel è privo di punti deboli o lacune (e non ne sono mai stati trovati), questo non si può sapere; e certo scoprire che la buona vecchia aritmetica, sì proprio lei, potrebbe anche contenere delle contraddizioni, e se non ne ha allora contiene proposizioni indecidibili, è abbastanza sconvolgente.

III

Allargamento dell'orizzonte e conclusione

XIV

Le ricadute metafisiche del teorema di Gödel sono enormi. Non solo il progetto leibniziano di una *characteristica universalis* che permetta di calcolare con certezza incontrovertibile la risposta giusta a qualsiasi domanda naufraga irrimediabilmente, ma è più in generale, e in tutte le sue varianti, la visione deterministica del mondo a diventare improponibile. Il caso paradigmatico di questa visione viene associato generalmente alla figura di Pierre-Simon de Laplace, grandissimo matematico, astronomo e studioso di teoria della probabilità, famoso *anche* per aver scritto, nei primi anni del XIX secolo, che di principio un'intelligenza adeguata, conoscendo *in tutti i dettagli* lo stato dell'universo in un istante dato, avrebbe potuto calcolare *in tutti i dettagli* il suo stato in qualsiasi altro istante, passato o futuro – dove e quando sarà, esattamente, la prossima volta che il tale e la tale si baceranno; dove e quando sarà, esattamente, la prossima volta che la nazionale italiana di calcio si farà un autogol; ecc. ecc. Ma questa prevedibilità universale attraverso il calcolo presuppone, ovviamente, una cosa che ai tempi di Laplace, e anche molto più in qua, tutti davano per scontata, cioè che non si dia indecidibilità in matematica: mentre si dà, addirittura, in teoria dei numeri e *a fortiori* nell'intera matematica (molto più complessa) utilizzata dai fisici sia per prevedere gli stati futuri dell'universo o di una sua parte sia per ricostruire quelli passati. Solo che l'indecidibile, invece, c'è; ed è ineliminabile; e di conseguenza un determinismo integrale alla Laplace va, piaccia o non piaccia, messo da parte.

Già a questo punto, riflettendo sulla conseguenza appena illustrata risulta praticamente impossibile sopravvalutare l'importanza del risultato di Gödel; ma in più, questo non è rimasto isolato ma si è portato dietro, a cascata, molti altri teoremi *limitativi*, dall'impossibilità di un concetto perfettamente generale e preciso di verità (Tarski 1934), a tante, tante altre cose più recondite, impossibili da spiegare senza tecnicismi – ed è un peccato, perché sono importanti e interessanti. Oggi in matematica pura i teoremi di incompletezza – quelli cioè che ti dicono, come nel caso della Q di Gödel, che una certa cosa *non* si può fare - proliferano, e i miei colleghi informatici mi assicurano che ormai non li si incontra più solo ai vertiginosi livelli di complessità del risultato di Gödel ma anche molto, molto più giù, a ridosso – ormai – della calcolabilità effettiva.

La prima conseguenza metafisica, dunque, è che – be', se uno proprio vuole, niente potrà impedirgli di continuare a credere in un universo totalmente dominato dal fato (d'altronde non sto parlando di cose permesse o vietate, sto parlando di cose plausibili o implausibili), ma qualsiasi meccanismo proponga per l'effettivo funzionamento di questo fato, sempre salterà fuori una torsione diagonale, un ritorno del procedimento su se stesso, un'applicazione riflessiva *del* meccanismo di calcolo *al* meccanismo di calcolo che renderà la presunta legge generale dell'universo *incompleta*. E la ragione è che, tolte certe isole delle quali ho dato qualche esempio nella prima parte di questo lavoro, ovunque domina la retroazione del tutto sulla parte attraverso l'applicazione riflessiva di certe operazioni a sé stesse, e accanto alla costruzione del tutto come accumulo di parti compare sistematicamente anche la modifica della parte a opera del tutto. Ora, qualsiasi sistema deterministico è un sistema in cui degli elementi iniziali dati indipendentemente agiscono sul tutto *senza esserne modificati*, e proprio per questo danno luogo a un fato ineludibile; niente di più diverso dalla retroazione e bidirezionalità che dominano oggi non solo le scienze

umane, ma anche la fisica e perfino la matematica pura. Ed è vero che aver capito tutto questo non risolve i giganteschi problemi pratici del nostro tempo; ma resta comunque un'importante acquisizione di verità.

Appendice

Il rapporto fra i concetti sviluppati in questo lavoro e Hegel

Piaccia o non piaccia, fra i pensatori degli ultimi due-trecento anni uno dei più ingombranti, per non dire il più ingombrante in assoluto, è Hegel, che generazioni e generazioni di autori hanno tirato in ballo fin troppo spesso, a volte elogiativamente a volte criticamente, a volte intelligentemente a volte sciocamente, e comunque dai punti di vista più diversi. Personalmente non sono mai stato hegeliano, ma ciò non significa che io disconosca la necessità di fare e rifare i conti, periodicamente, con questo importante personaggio o che ignori, più specificamente, l'esigenza di chiarirci *esplicitamente* la relazione – oggettivamente presente, anche se finora non indagata in questo lavoro – fra il suo pensiero e le conquiste intellettuali del XX secolo; ed è una relazione a due facce, per un verso di convergenza e per un altro di incompatibilità.

La convergenza sta nella non linearità ovvero – per essere un poco più esplicito e chiaro – nell'affermazione, universale e incontrastata dalla metà (più o meno) del XX secolo, dell'idea che l'assolutamente semplice e destinato a rimanere tale, anche se componibile con altri semplici, non c'è; che tutto è interdipendente, che ogni cosa che è componibile con ciò che essa non è anzi solo in questa composizione è data; che ogni cosiddetto individuo è un nodo di interrelazioni infinitamente complesso, e più ci si addentra in queste interrelazioni, più si pretende di isolarne le articolazioni, più queste proliferano. Nella filosofia hegeliana il semplice non c'è.

E nella logica, e matematica, e fisica moderne? Nelle intenzioni magari sì; per esempio nelle versioni più recenti e astratte della teoria degli insiemi l'unico oggetto originario è l'insieme vuoto, cioè privo di elementi, e tutto il resto, compresa la vertiginosa gerarchia di infinità sempre più grandi che della teoria costituisce l'aspetto più affascinante, viene fuori in ultima analisi dalla composizione dell'insieme vuoto con se stesso; in altre parole, da questa composizione, ricomposizione, ri-ri-composizione dell'insieme vuoto con l'insieme vuoto è possibile tirar fuori il finito e il transfinito in tutta la loro potenza. E qui uno non può non pensare alla *Scienza della logica*, dove si parte dall' "essere indeterminato" che in realtà sarebbe "nulla", anzi "né più né meno che nulla", e da questo nulla si ricava un sistema criticabile fin che si vuole sul piano della chiarezza e del rigore, ma – incontestabilmente - molto ricco, e che della retroazione del tutto sulla parte (anche se Hegel non conosce questo termine) fa continuamente uso. La logica e la matematica contemporanee hanno scoperto l'azione reciproca del tutto sulle parti e viceversa – come Hegel; ma l'orizzonte che questa scoperta ha aperto a noi, epigoni – ormai – dei vari Gödel, Tarski, Turing ecc., è l'orizzonte della limitatezza, della *non* risolubilità universale di tutti senza eccezione i problemi, di una conoscenza umana indefinitamente capace di progresso (e questa non è una novità) ma (e questa invece lo è) destinata a portarsi dietro insuperabilmente, ineluttabilmente, domande che non possono avere risposta. Non c'è conoscenza umana senza l'indecidibile; e qui naturalmente è questione di gusti, e di fronte all'indecidibile qualcuno si straccerà le vesti: ma qualcun altro gli darà il benvenuto. Spero sia chiaro che io sto coi secondi.

BIBLIOGRAFIA RAGIONATA

BOLZANO, Bernhard, *Wissenschaftslehre*, Edizione originale 1837. Esiste una traduzione inglese, *The Theory of Science*, a cura di Paul Rusnock e Rolf George, 4 voll., Oxford University Press, 2014. Esiste anche una traduzione italiana parziale (§§ 1-45), *Dottrina fondamentale dalla Dottrina della Scienza*, traduzione e introduzione di Gianni Rigamonti, apparato critico di Lorenzo Fossati, Garzanti 2014.

CANTOR, Georg, *Gesammelte Werke mathematischen und philosophischen Inhalts*, Olms, Hildesheim, 1932
Parzialmente tradotto in: *La formazione della teoria degli insiemi*, a cura di Gianni Rigamonti, Sansoni, Firenze, 1991

CHANDRASEKHAR, Subrahmanian, *Perché il vetro è trasparente*, Il Saggiatore, Milano, 2000

GÖDEL, Kurt, *Über formal unentscheidbare Sätze der PRINCIPIA MATHEMATICA und verwandter Systeme*, in: «Monatshefte für Mathematik und Physik», vol. 38,1931.

HEGEL, Georg Wilhelm Friedrich, *La scienza della logica*, a cura di Mario Moni, Laterza, Roma-Bari, 1968 (I ed. 1925).

TORALDO di FRANCIA, Giuliano *L'immagine del mondo fisico*, Einaudi, Torino, 1976